

## **Desarrollo de modelos matemáticos en física a partir de procesos metacognitivos: estudio de caso con estudiantes rurales**

### **Development of mathematical models in physics based on metacognitive processes: a case study with rural students**

Paulo Andrés Parra

\* Universidad Metropolitana De Educación Ciencia y Tecnología UMECIT  
Panamá

Luis Hernando Carmona-Ramírez

\*\* Universidad Católica de Manizales UCM  
Colombia

Helmer Muñoz Hernández

\*\*\* Universidad del Sinú  
Director Tesis Doctorado UMECIT  
Corresponding Author: [helmermunoz@unisinu.edu.co](mailto:helmermunoz@unisinu.edu.co)

---

#### **Resumen**

La educación rural en Colombia continúa enfrentando desafíos estructurales relacionados con el acceso, la calidad y la equidad. En particular, la enseñanza de la física en estos contextos revela brechas en el uso pedagógico de las tecnologías, en la formación docente continua y en el desarrollo de habilidades superiores como la modelación matemática. Estas dificultades motivaron al investigador a diseñar una propuesta que articule tecnologías digitales y estrategias metacognitivas para fortalecer el aprendizaje de la cinemática en estudiantes rurales. El objetivo general consistió en desarrollar un modelo didáctico basado en tecnologías digitales y estrategias metacognitivas para fortalecer la modelación matemática en la enseñanza de la cinemática en estudiantes de secundaria. Se adoptó un enfoque cualitativo con diseño de estudio de caso múltiple, en tres instituciones educativas rurales del municipio de Manizales. La muestra estuvo conformada por 24 estudiantes de grado décimo y 19 docentes. Se utilizaron como instrumentos el pretest, el posttest, la escala EIDOPMA y la observación participante, con análisis mediante triangulación intra-caso y transversal. Los hallazgos muestran avances significativos en el desarrollo de habilidades metacognitivas (planificación, monitoreo y evaluación) y en procesos de modelación matemática (identificación de variables, formulación de relaciones y validación). Sin embargo, también se identificaron tensiones importantes: dificultades docentes para adaptar sus prácticas tradicionales, limitada disponibilidad de recursos digitales en algunas sedes, resistencia inicial al uso de estrategias metacognitivas. A pesar de ello, el modelo permitió transformar gradualmente la enseñanza, favoreciendo procesos más reflexivos, autónomos y pertinentes. Se concluye que esta propuesta constituye una vía efectiva para enriquecer la enseñanza de la física en contextos rurales, contribuyendo a cerrar brechas educativas y a fortalecer el pensamiento crítico en escenarios históricamente marginados.

**Palabras clave:** Metacognición; Modelación matemática; Tecnologías digitales; Educación rural; Didáctica de la física; Cinemática.

#### **Abstract**

Rural education in Colombia continues to face structural challenges related to access, quality, and equity. In particular, the teaching of physics in these settings reveals gaps in the pedagogical use of technology, in ongoing teacher training, and in the development of higher-order skills such as mathematical modeling. These difficulties motivated the researcher to design a proposal that integrates digital technologies and metacognitive strategies to strengthen the learning of kinematics among rural students.

The general objective was to develop a didactic model based on digital technologies and metacognitive strategies to enhance mathematical modeling in the teaching of kinematics to secondary school students. A qualitative approach was adopted, using a multiple case study design conducted in three rural educational institutions in the municipality of Manizales. The sample consisted of 24 tenth-grade students and 19 teachers. Instruments included a pretest, a posttest, the EIDOPMA scale, and participant observation, with data analysis carried out through

*intra-case and cross-case triangulation. Findings show significant progress in the development of metacognitive skills (planning, monitoring, and evaluation) and in mathematical modeling processes (identification of variables, formulation of relationships, and validation). However, some tensions were also identified: teachers' difficulties in adapting their traditional practices, limited availability of digital resources in certain locations, and initial resistance to the use of metacognitive strategies. Despite these challenges, the model gradually transformed teaching practices, fostering more reflective, autonomous, and contextually relevant learning processes. It is concluded that this proposal represents an effective path to enrich physics education in rural settings, helping to close educational gaps and strengthen critical thinking in historically marginalized contexts.*

**Keywords:** *Metacognition; Mathematical modeling; Digital technologies; Rural education; Physics education; Kinematics.*

---

Date of Submission: 12-07-2025

Date of acceptance: 24-07-2025

---

## I. INTRODUCTION

La enseñanza de la física en contextos rurales presenta desafíos persistentes que dificultan la construcción de aprendizajes significativos. Las limitaciones en infraestructura, acceso a tecnologías y formación pedagógica generan prácticas centradas en la repetición y escasa conexión con los fenómenos del entorno. En este escenario, se hace urgente el diseño de propuestas didácticas que promuevan la autonomía, el pensamiento crítico y la reflexión activa del estudiante. Una de las rutas más prometedoras es el desarrollo de la metacognición, entendida como la capacidad del sujeto para planificar, monitorear y evaluar sus procesos cognitivos (Flavell, 1976; Brown, 1987; Pons et al., 2008).

Autores contemporáneos han demostrado que las habilidades metacognitivas, cuando se abordan de manera explícita en el aula, favorecen la autorregulación del aprendizaje, la toma de decisiones estratégicas y la transferencia del conocimiento a nuevas situaciones (Hung & Tsai, 2020; Zhang et al., 2024). Estas habilidades no solo son deseables, sino necesarias en la enseñanza de la física, donde los estudiantes deben interpretar fenómenos, evaluar resultados y construir explicaciones con base en evidencia. En este sentido, la metacognición actúa como un andamiaje que posibilita el paso desde lo operacional hacia la comprensión conceptual profunda.

Junto con los procesos metacognitivos, la incorporación de tecnologías digitales, en particular los simuladores interactivos como PhET (University of Colorado Boulder, 2025), ha demostrado ser eficaz para fomentar entornos de aprendizaje exploratorios y visuales (Wieman et al., 2008; Wade-Jaimes et al., 2018). En contextos rurales, donde el acceso a laboratorios físicos es limitado, estos recursos permiten representar fenómenos físicos, contrastar hipótesis y observar resultados en tiempo real, lo que potencia la comprensión y activa el pensamiento reflexivo. Estudios recientes han evidenciado que el uso intencionado de simuladores contribuye a mejorar el compromiso cognitivo de los estudiantes y a enriquecer sus procesos metacognitivos (Alhrahshah & Almajali, 2023).

En este marco, la modelación matemática se entiende como una capacidad de orden superior que permite traducir situaciones reales a representaciones matemáticas, establecer relaciones funcionales y validar modelos (Blum & Niss, 1991; Vorhölter, 2025). Esta competencia, lejos de ser exclusivamente técnica, exige identificar variables, realizar inferencias y construir significados, lo que la vincula estrechamente con los procesos metacognitivos. Tal como indican Aravena-Díaz et al. (2025), la modelación matemática no puede enseñarse de forma aislada; su desarrollo depende de condiciones pedagógicas que fomenten la reflexión, la autonomía y la mediación tecnológica.

En este contexto, el presente estudio se propuso analizar la influencia de los procesos metacognitivos en el desarrollo de modelos matemáticos en física, en estudiantes de grado décimo de tres instituciones educativas rurales del municipio de Manizales (Colombia). La propuesta integró estrategias metacognitivas explícitas, preguntas orientadoras, el uso de simuladores PhET y una secuencia didáctica centrada en el Movimiento Rectilíneo Uniforme. A través de un enfoque cualitativo de estudio de caso múltiple, se buscó comprender cómo la interacción entre metacognición y tecnología potencia la modelación matemática como resultado significativo del aprendizaje en física.

### 1.1. Articulación entre metacognición, modelación matemática y mediación digital

La enseñanza de la física en la educación secundaria demanda estrategias que promuevan aprendizajes significativos, especialmente en contextos educativos con limitaciones estructurales y pedagógicas. Las prácticas tradicionales, centradas en la memorización de fórmulas y la ejecución mecánica de procedimientos, han demostrado ser insuficientes para desarrollar competencias científicas profundas. Frente a este panorama, la metacognición, la modelación matemática y la mediación digital emergen como tres ejes fundamentales para transformar las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la física desde una perspectiva crítica y formativa.

**La metacognición**, entendida como la capacidad de reflexionar sobre el propio pensamiento, desempeña un papel central en la autorregulación del aprendizaje. Flavell (1976) introdujo este concepto como la conciencia y el control que los individuos tienen sobre sus procesos cognitivos, distinguiendo entre conocimiento metacognitivo y regulación metacognitiva. Brown, (1987) y Pons et al. (2008), ampliaron este enfoque, resaltando la importancia de enseñar explícitamente estrategias metacognitivas en el aula. Estudios contemporáneos confirman que la metacognición favorece la planificación, el monitoreo y la evaluación de tareas complejas, lo que se traduce en un aprendizaje más autónomo y significativo (Hung & Tsai, 2020; Zhang et al., 2024). En la enseñanza de la física, estas habilidades permiten que los estudiantes comprendan conceptos abstractos, reconozcan sus errores y ajusten sus estrategias de resolución.

Asimismo, **la modelación matemática** ha emergido como una competencia central en la formación científica, por cuanto los estudiantes pueden utilizarla para representar situaciones de la realidad a partir de estructuras matemáticas. Blum & Borromeo-Ferri (2009); y Blum & Niss (1991) explican la modelación como una secuencia de operaciones enfocadas a: comprender el problema, idealizar el escenario, trasladar la idealización al lenguaje matemático, operar, interpretar, y validar. Esta secuencia, sin embargo, no se encuentra en línea recta; por el contrario, implica juicio y toma de decisiones crítica, que se realiza en base a una argumentación metacognitiva. Por su parte Vorhölter (2025) caracteriza a este saber modelar como una práctica epistemológica que exige conceptualización, razonar, y validación final del proceso. La misma distinción realiza Aravena-Díaz et al. (2025), en la que afirma que esta competencia matemática no puede enseñarse como la habilidad que permite a la disciplina imponer su lógica; al contrario, la modelación es una práctica de sentido.

El tercer eje que articula este marco es **la mediación digital**, especialmente a través de simuladores interactivos como PhET, los cuales han demostrado ser herramientas poderosas para visualizar fenómenos físicos y fortalecer la comprensión conceptual. Wieman et al. (2008), destacan que estos entornos virtuales permiten experimentar, modificar variables y observar resultados de manera inmediata, lo que favorece el aprendizaje activo y exploratorio. Además, su uso didáctico potencia tanto los procesos cognitivos como los metacognitivos, al fomentar la toma de decisiones informada y el pensamiento crítico (Wade-Jaimes et al., 2018; Alhrahsheh & Almajali, 2023). En contextos educativos con acceso limitado a laboratorios físicos, como las zonas rurales, los simuladores digitales representan una oportunidad para reducir brechas y garantizar experiencias de aprendizaje significativas y equitativas.

En conjunto, estos tres componentes: metacognición, modelación matemática y mediación Tecnológica, ofrecen un marco conceptual sólido para replantear la enseñanza de la física desde una perspectiva más crítica, reflexiva y participativa. Su integración permite superar las barreras tradicionales de la instrucción directa y abre posibilidades para una educación centrada en el estudiante, donde el aprendizaje se construye activamente y se valida desde la comprensión y la experiencia. Proponer propuestas pedagógicas fundamentadas en esta tríada contribuye no solo a mejorar los resultados de aprendizaje, sino también a democratizar el acceso al conocimiento científico y a empoderar a los estudiantes como sujetos activos en su proceso formativo.

## II. METODOLOGÍA BASADA EN EL DESEMPEÑO PARA EL DESARROLLO DE MODELOS EN FÍSICA

Esta investigación se inscribe en un enfoque cualitativo, con orientación interpretativa y enfoque de análisis del desempeño. El objetivo metodológico fue comprender cómo los procesos metacognitivos, mediados por tecnologías digitales, influyen en la construcción de modelos matemáticos en física por parte de estudiantes de secundaria en contextos rurales. Para ello, se adoptó un diseño de estudio de caso múltiple con intervención didáctica estructurada, que permitió observar de forma profunda las prácticas, reflexiones y resultados de aprendizaje de los participantes.

### 2.1. Participantes y contexto

El estudio se desarrolló con 24 estudiantes de grado décimo pertenecientes a tres instituciones educativas rurales del municipio de Manizales, Colombia. Los participantes fueron seleccionados mediante un muestreo intencional, teniendo en cuenta criterios como: (a) pertenecer a zonas rurales con acceso limitado a recursos experimentales, (b) disponibilidad institucional para integrar tecnologías digitales, y (c) características del grupo en términos de disposición al trabajo colaborativo. Las condiciones del entorno educativo evidencian brechas en infraestructura y conectividad, lo que refuerza la necesidad de propuestas pedagógicas situadas que promuevan el pensamiento crítico y la autorregulación.

### 2.2. Diseño de la intervención didáctica

Se diseñó una secuencia didáctica de cuatro sesiones orientada al estudio del Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU), integrando el uso del simulador interactivo *PhET* y estrategias explícitas de enseñanza metacognitiva. La intervención se organizó en tres momentos articulados con las dimensiones metacognitivas: (1)

planificación, donde los estudiantes anticipaban los procedimientos necesarios para resolver situaciones físicas mediante modelación; (2) monitoreo, donde se ejecutaban actividades interactivas y se promovía la reflexión constante sobre decisiones tomadas; y (3) evaluación, momento en el cual se analizaban críticamente los modelos construidos, su coherencia interna y su validez respecto a los fenómenos representados.

### **2.3. Instrumentos de recolección de información**

Para el análisis del desempeño estudiantil y los procesos metacognitivos emergentes, se utilizaron tres instrumentos:

- Pruebas de entrada y salida (pretest y postest) con preguntas abiertas que evaluaban la capacidad de los estudiantes para identificar variables relevantes, establecer relaciones funcionales y validar modelos matemáticos aplicados al MRU.
- Guía de observación participante, aplicada durante las sesiones presenciales, la cual permitió registrar indicios metacognitivos como la planificación estratégica, la verbalización de decisiones, el control de errores y la autoevaluación grupal.
- Escala de Intervención Docente Orientada a la Promoción de la Metacognición en el Aula (EIDOPMA), desarrollada y validada por Romo et al. (2020) empleada para recoger percepciones docentes sobre el uso intencional de estrategias metacognitivas durante la experiencia pedagógica.

La triangulación de estos instrumentos permitió acceder a la experiencia desde múltiples perspectivas, fortaleciendo la credibilidad y la consistencia interpretativa del estudio.

### **2.4. Procedimiento de análisis**

El análisis se realizó mediante el uso de rúbricas cualitativas diseñadas con criterios previamente definidos, tanto para las dimensiones metacognitivas, como para los componentes de la modelación matemática). Las rúbricas permitieron valorar el nivel de desempeño de los estudiantes en cada dimensión, utilizando descriptores detallados que orientaron la interpretación de sus respuestas escritas y su participación observada durante la intervención. Esta técnica permitió establecer comparaciones entre el pretest y el postest, y evidenciar progresos cualitativos en los procesos de pensamiento. Las respuestas escritas, observaciones y escalas fueron interpretadas con base en dos dimensiones analíticas:

- Dimensión metacognitiva, que incluyó los procesos de planificación, monitoreo y evaluación reflexiva observados durante el trabajo en grupo.
- Dimensión de modelación matemática, centrada en la identificación de variables, la estructuración de relaciones funcionales y la validación lógica de los modelos propuestos por los estudiantes.

El análisis de los desempeños permitió no solo valorar los productos finales de aprendizaje, sino también reconstruir los procesos de pensamiento implicados, mostrando cómo la articulación entre metacognición, tecnología y modelación transforma la comprensión de los fenómenos físicos.

### **2.5. Consideraciones éticas**

Se garantizó el cumplimiento de principios éticos fundamentales: consentimiento informado, anonimato, confidencialidad y voluntariedad. Se elaboraron formatos de consentimiento para estudiantes y docentes debidamente firmados. Los nombres fueron reemplazados por códigos para proteger la identidad de los participantes, y se contó con la autorización de las instituciones educativas para el desarrollo del estudio. Toda la información fue empleada exclusivamente con fines académicos y bajo criterios de rigor y responsabilidad.

## **III. ANÁLISIS DEL DESEMPEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE MODELOS DESDE UNA PERSPECTIVA METACOGNITIVA**

Este capítulo presenta los hallazgos derivados del análisis cualitativo de los desempeños de los estudiantes en torno a la modelación del Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU), desarrollados en tres instituciones rurales. Para ello, se aplicaron dos rúbricas cualitativas: una para analizar el pretest y postest, y otra para evaluar el proceso de modelación matemática durante la intervención.

La rúbrica del pretest y postest se centró en tres dimensiones metacognitivas: planificación, monitoreo y evaluación, cada una con tres criterios:

- Planificación: activación de saberes previos, identificación de variables, formulación de hipótesis.
- Monitoreo: ejecución consciente, revisión de estrategias, ajuste del procedimiento.
- Evaluación: verificación del resultado, reflexión sobre errores, propuesta de mejora.

La rúbrica de modelación matemática incluyó tres componentes: identificación de variables, relaciones matemáticas y validación del modelo, permitiendo observar la articulación entre pensamiento matemático y metacognición. Ambas rúbricas utilizaron tres niveles de desarrollo: alto (reflexión y autonomía), medio (comprensión parcial) y bajo (procedimientos mecánicos). Los resultados se organizan por institución,

describiendo cada dimensión con apoyo en figuras que ilustran las evidencias estudiantiles, y se integran en tablas interpretativas que sintetizan los desempeños globales observados.

### 3.1. Análisis cualitativo de las dimensiones metacognitivas y la modelación matemática en el pretest

A continuación en la Tabla 1, se presenta una síntesis cualitativa de los resultados obtenidos en la aplicación del pretest, organizado por institución y por dimensión metacognitiva.

**Tabla 1. Síntesis cualitativa de dimensiones metacognitivas en el pretest por institución**

Institución	Planificación	Monitoreo	Evaluación
CIE-A	Dificultades generalizadas en formular hipótesis justificadas. Algunos logran identificar variables, pero sin conexión clara con modelos.	Aplicación mecánica de fórmulas sin comprensión conceptual ni verificación. Pocas estrategias alternativas.	Reflexión limitada. No se revisa críticamente el modelo. Actividad asumida como tarea cerrada.
CIE-B	Desempeño alto. Claridad en variables y formulación de hipótesis. Grupos 2 y 3 se destacan por su organización lógica.	Desempeño heterogéneo. Algunos grupos muestran ajuste estratégico; otros no verifican ni exploran alternativas.	Reflexión metacognitiva evidente en algunos grupos. Propuestas de mejora y análisis de hipótesis.
CIE-C	Desempeño medio predominante. Se identifican variables con dificultad, hipótesis poco justificadas y errores en la organización de datos.	Desempeño bajo. Procedimientos incompletos, abandono de estrategias sin reflexión, escasa verificación.	Desempeño crítico. Sin reflexión ni justificación clara. Conclusiones vagas, sin autorregulación cognitiva.

En la dimensión de planificación, se observa un contraste importante entre instituciones. Mientras que en CIE-A predominan dificultades para formular hipótesis coherentes y justificadas, la CIE-B demuestra un mejor desempeño, con varios grupos que articulan adecuadamente las variables y proponen hipótesis razonadas. En la CIE-C, aunque se logra cierta identificación de variables, la planificación es débil y desordenada. Respecto al monitoreo, CIE-B presenta una mayor diversidad de estrategias, con grupos que evidencian seguimiento y reajuste del procedimiento, a diferencia de CIE-A y CIE-C, donde la ejecución fue mecánica o incompleta, sin verificación ni reflexión. En cuanto a la evaluación, CIE-B destaca con grupos que realizan análisis metacognitivos y propuestas de mejora, lo cual contrasta con el desempeño de CIE-A, que presenta una reflexión superficial, y con CIE-C, donde la evaluación fue la dimensión más crítica, evidenciando una ausencia general de autorregulación.

Con respecto a la modelación matemática, los hallazgos del pretest permiten afirmar que la modelación en las tres instituciones evaluadas se encuentra en un estado inicial, con predominio de un uso instrumental y descontextualizado de las fórmulas del MRU. Las debilidades son especialmente notorias en la identificación adecuada de variables, el establecimiento de relaciones significativas y, sobre todo, en la validación de los modelos propuestos, aspecto prácticamente ausente en todas las instituciones. Mientras que la CIE-B evidencia algunos avances parciales, la CIE-A y especialmente la CIE-C presentan desempeños fragmentados, sin conexión entre la situación problema y el modelo matemático. Estos resultados justifican la necesidad de una intervención didáctica que articule estrategias metacognitivas y tecnologías digitales para promover una modelación más significativa, reflexiva y conectada con la comprensión conceptual de los fenómenos físicos.

### 3.2. Análisis cualitativo de las dimensiones metacognitivas y la modelación matemática en el postest

A continuación en la Tabla 2, se presenta una síntesis cualitativa de los resultados obtenidos en la aplicación del postest, organizado por institución.

**Tabla 2. Resumen cualitativo del desempeño postest por institución**

Institución	Síntesis metacognición	Síntesis modelación matemática	Observaciones clave
<b>CIE-A</b>	Avance significativo. 67,85 % en nivel alto. Mejoras notorias en planificación y monitoreo. Evaluación aún con desafíos. Nivel bajo desaparece.	Evolución positiva en identificación de variables y relaciones (100 % nivel alto). Validación aún débil y distribuida entre niveles.	Intervención efectiva para activar la autorregulación. Aún se requiere reforzar la reflexión crítica en validación de modelos.
<b>CIE-B</b>	Desempeño sobresaliente. 82,14 % en nivel alto. Fortalecimiento integral de los tres procesos metacognitivos. Sin estudiantes en nivel bajo.	Mejora destacada. Identificación y relaciones en 100 % nivel alto. Validación con avances, pero aún con un 25 % en nivel bajo.	Intervención consolidó pensamiento metacognitivo. Validación requiere estrategias más profundas de análisis y argumentación.
<b>CIE-C</b>	Progreso moderado. 46,42 % en nivel alto. Mejora en planificación y evaluación. Monitoreo y validación aún requieren intervención más profunda.	Identificación de variables fortalecida (100 % nivel alto). Validación sigue siendo la dimensión más débil. Establecimiento de relaciones con ligera regresión en un grupo.	Validación del modelo es un reto transversal. Se recomienda reforzar el vínculo entre representación matemática y realidad física.

La Tabla 2, presenta un resumen cualitativo del desempeño estudiantil tras la intervención didáctica, integrando los avances en los procesos metacognitivos y en la modelación matemática en las tres instituciones participantes. Se evidencia una mejora generalizada en la capacidad de los estudiantes para planificar, monitorear y evaluar sus procesos de resolución, con mayor impacto en la CIE-B y la CIE-A, donde desaparecen los desempeños bajos. En términos de modelación matemática, se fortalecieron especialmente las dimensiones de identificación de variables y establecimiento de relaciones, con desempeños altos en la mayoría de los grupos. No obstante, la validación del modelo continúa siendo una dificultad transversal: pocos estudiantes lograron justificar, contrastar o reflexionar críticamente sobre la pertinencia del modelo construido.

### 3.3. Hallazgos derivados de la observación participante

El análisis comparativo de los datos obtenidos mediante la observación participante en las tres instituciones revela transformaciones significativas en la manera como los estudiantes enfrentan la resolución de situaciones problematizadoras. Se evidenció un fortalecimiento progresivo en las dimensiones de planificación y monitoreo metacognitivo, acompañado de una mayor estructuración en el uso del lenguaje matemático para representar fenómenos físicos. En particular, se observó que los estudiantes pasaron de aplicar estrategias poco planificadas y mecánicas a emplear procedimientos más fundamentados, autorregulados y conscientes.

En cuanto a la modelación matemática, se consolidaron avances en la identificación de variables y en la construcción de relaciones coherentes entre ellas, especialmente en CIE-A y CIE-B. No obstante, la validación del modelo continúa siendo la dimensión más frágil en todas las instituciones, al requerir un pensamiento reflexivo más complejo, juicio crítico y habilidades argumentativas que aún están en proceso de desarrollo.

De manera general, la observación participante confirma que la intervención pedagógica logró transformar las prácticas estudiantiles hacia una lógica más investigativa, reflexiva y estructurada. Sin embargo, también pone en evidencia la necesidad de profundizar en estrategias específicas que fortalezcan la metarreflexión, la evaluación crítica y la conexión entre el modelo matemático y la realidad contextual del estudiante.

### 3.4. Hallazgos derivados del instrumento EIDOPMA

La aplicación de la Escala de Intervención Docente Orientada a la Promoción de la Metacognición en el Aula (EIDOPMA) permitió explorar las percepciones de 19 docentes de las tres instituciones educativas (CIE-A, CIE-B y CIE-C) en torno a sus prácticas pedagógicas metacognitivas, abordadas desde seis dimensiones: sujeto, tarea, contexto, planeación, monitoreo y evaluación. Los resultados, expresados como promedios en escala Likert

(1 a 5), evidencian tendencias diferenciadas en la apropiación y aplicación del enfoque metacognitivo. A continuación se muestra la síntesis de los resultados en la Tabla 3.

**Tabla 3. Resultados por dimensiones del instrumento EIDOPMA aplicado a las tres instituciones educativas**

<b>Dimensión</b>	<b>CIE-A (n=7)</b>	<b>CIE-B (n=5)</b>	<b>CIE-C (n=7)</b>
El sujeto	4.17	4.40	4.43
La tarea	4.14	4.48	4.31
El contexto	3.80	4.12	4.40
Planeación	4.39	4.25	3.90
Monitoreo	4.21	4.25	4.21
Evaluación	4.36	4.33	4.31

Los promedios por dimensión en cada institución se reportan en la Tabla 3. En la CIE-A, la planeación es la única que se destaca con 4.39 y la evaluación con 4.36, en contexto los resultados revelan una postura débil que conecta la enseñanza con la realidad del estudiante. En la CIE-B, los puntajes son altos en casi todas las dimensiones, especialmente en tarea. Se evidencia dispersión de altas a bajas entre docentes, lo que da cuenta de prácticas poco articuladas. En la CIE-C, las puntuaciones más altas se concentran en contexto y sujeto, lo que denota posturas pedagógicas enfocadas al estudiante y a su entorno; sin embargo, la planeación se mantiene en 3.90, lo cual da cuenta de problemas en la estructura didáctica.

Con relación a las tres preguntas abiertas del EIDOPMA, el análisis cualitativo de las tres preguntas complementó la visión cuantitativa:

- En la CIE-A, los docentes tienden a atribuir el bajo rendimiento a factores externos (familia, motivación, disciplina), minimizando su rol como agentes pedagógicos. El éxito escolar se asocia a características individuales del estudiante, mientras que las acciones escolares propuestas son genéricas y poco articuladas con prácticas metacognitivas.
- En la CIE-B, los docentes reconocen tanto limitaciones estructurales como pedagógicas. Visibilizan la relevancia del vínculo maestro-estudiante y la necesidad de mejorar estrategias didácticas y relaciones con las familias. Se observa una disposición a actuar desde el aula para mejorar el aprendizaje.
- En la CIE-C, el discurso docente es más crítico y reflexivo. Se reconoce el impacto de factores estructurales, pero también la necesidad de una educación situada, emocionalmente sensible y orientada al desarrollo de la autorregulación. Las respuestas resaltan el aprendizaje desde casos reales y la reflexión individual como vías para transformar la práctica escolar.

En general, los hallazgos del EIDOPMA evidencian una apropiación desigual del enfoque metacognitivo entre las instituciones. Mientras la CIE-A mantiene una visión centrada en factores externos al aula, la CIE-B transita hacia una comprensión más integral del rol docente, y la CIE-C articula una postura transformadora, orientada al estudiante y al contexto. Estas diferencias reflejan no solo distintos niveles de apropiación metodológica, sino también diversas culturas pedagógicas institucionales, lo que plantea la necesidad de procesos de formación docente diferenciados y sostenidos para fortalecer la intervención metacognitiva en entornos reales de enseñanza-aprendizaje.

### **3.5. Triangulación de resultados desde una perspectiva metacognitiva y de modelación**

La presente sección sintetiza el proceso de triangulación de los datos recolectados a partir del pretest, posttest, observación participante y la escala EIDOPMA. Este análisis permite establecer niveles de coherencia entre el desempeño metacognitivo y de modelación de los estudiantes, las percepciones docentes y las condiciones institucionales. La triangulación se presenta en tres niveles: intra-caso (por institución), entre estudiantes y docentes, y transversal entre los tres casos.

- **Triangulación intra-caso**

En las tres instituciones se evidencian avances sustanciales en los procesos de planificación, monitoreo y formulación de modelos matemáticos tras la intervención. En CIE-A, el progreso fue más notorio en la planificación metacognitiva y la formulación de ecuaciones; sin embargo, la validación del modelo continúa siendo un aspecto débil. La CIE-B partió de un nivel más alto en cuanto a conocimientos previos, consolidando procesos metacognitivos y de modelación formal, aunque también presenta debilidades en la argumentación de la

validez del modelo. Para la CIE-C, pese a partir de un punto crítico, mostró avances significativos en organización, verificación y formulación, pero con limitaciones persistentes en la reflexión y validación del modelo. Las observaciones participantes coinciden con los hallazgos del postest, dando soporte a la mejora progresiva, aunque con diferencias en el ritmo y profundidad del cambio entre instituciones.

- **Triangulación entre hallazgos estudiantiles y percepciones docentes (EIDOPMA)**

Al comparar los desempeños estudiantiles con las percepciones docentes recogidas mediante el instrumento EIDOPMA, se encuentra una alta coherencia en la dimensión de planificación, donde tanto estudiantes como docentes reportan mejoras y presencia de estrategias. En el monitoreo, la percepción docente es positiva, aunque no refleja completamente las limitaciones observadas en estudiantes, sobre todo en la CIE-C. En la evaluación, se observa una disonancia: los docentes reportan pocas prácticas evaluativas metacognitivas y los estudiantes muestran escasos avances. Esta brecha confirma la necesidad de fortalecer la formación docente en evaluación metacognitiva, para consolidar procesos reflexivos en el aula.

- **Triangulación transversal entre casos**

La comparación de los tres casos indica patrones comunes y divergencias. En general, la intervención fue efectiva en mejorar la planificación metacognitiva y la formulación de modelos matemáticos, sobre todo en instituciones con condiciones más favorables al inicio. El monitoreo avanzó de manera diferenciada: con mayor consolidación en CIE-B, avance moderado en CIE-A y limitado en CIE-C. La evaluación y la validación del modelo matemático fueron los componentes más frágiles en las tres instituciones, lo que se relaciona con una práctica pedagógica centrada más en la ejecución que en la reflexión. Se concluye que la intervención fue globalmente positiva, pero se requieren esfuerzos institucionales para profundizar la autorregulación, el pensamiento crítico y la justificación científica como parte de la formación metacognitiva y modeladora de los estudiantes.

## IV. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

### 4.1. Discusión

Los hallazgos reflejan una mejora sustancial en los procesos metacognitivos y de modelación matemática tras la intervención. Coincidiendo con Blum & Niss (1991), se consolidó la articulación entre el mundo real y la abstracción matemática. Los estudiantes mostraron progresos en planificación y monitoreo, tal como lo postulan Flavell (1976, 1979) y Pintrich (2002), aunque la evaluación continua siendo un punto crítico.

La validación de modelos se posicionó como la dimensión más débil, lo cual se alinea con Halloun & Hestenes (1985), quienes subrayan la desconexión entre el modelo matemático y su interpretación física. El uso de simuladores, según Avila & Suárez (2019) incidió positivamente en la representación y análisis de variables, como se evidenció en las instituciones con mayor acceso a herramientas digitales.

La coherencia entre el reporte docente (EIDOPMA) y los avances estudiantiles en planificación y monitoreo demuestra el rol mediador del docente, como sugieren Wade-Jaimes et al. (2018). Las instituciones con mayor rezago inicial, como la CIE-C, registraron avances más significativos, destacando el potencial de las estrategias explícitas de metacognición. El monitoreo se asoció directamente con una mejora en la calidad de los modelos, en línea con Zhang et al. (2024), mientras que la colaboración entre pares potenció el pensamiento estratégico, validando lo planteado por Vorhölter (2025) respecto al componente grupal de la metacognición.

Por otro lado, el enfoque centrado en el MRU permitió representar fenómenos físicos desde lo concreto hasta lo abstracto, en consonancia con Hestenes (1987). El uso de simuladores facilitó la visualización dinámica, tal como señalan Wieman et al. (2008) y Trindade et al. (2002) aportando a la comprensión conceptual. La disposición institucional influyó en los resultados. CIE-A y CIE-B presentaron un contexto favorable al cambio pedagógico, lo que concuerda con Kaiser & Schwarz (2006) quienes afirman que el desarrollo de competencias en modelación se potencia en ambientes colaborativos y autónomos.

Finalmente, los hallazgos respaldan la tesis de Zhang et al. (2024); y de Hung & Tsai (2020), quienes enfatizan que la enseñanza de la metacognición mejora la comprensión de fenómenos y el pensamiento crítico. La integración de tecnología, colaboración y reflexión consolidó un aprendizaje más autorregulado, con implicaciones claras para el diseño de propuestas didácticas contextualizadas en física escolar.

### 4.2. Conclusiones

Esta investigación desarrolló e implementó un modelo didáctico basado en tecnologías digitales y estrategias metacognitivas para fortalecer la modelación matemática en la enseñanza de la cinemática. A partir de un estudio de caso múltiple en tres instituciones rurales, concluyendo los siguientes aspectos como los más relevantes:

- Los estudiantes de secundaria participantes presentaban inicialmente un bajo nivel de modelación matemática y una débil apropiación de estrategias metacognitivas. La resolución de problemas se basaba

en la aplicación mecánica de fórmulas, sin comprensión profunda ni reflexión crítica, lo que evidenció la necesidad de una intervención didáctica estructurada.

- El modelo diseñado demostró ser pertinente y viable para contextos rurales, al integrar tecnologías digitales como simuladores PhET y estrategias metacognitivas como portafolios, rutinas de pensamiento y guías de modelación. Su construcción tomó en cuenta las condiciones reales de infraestructura, conectividad y formación docente.
- La implementación del modelo generó avances notables en la identificación de variables, el establecimiento de relaciones matemáticas y la validación crítica de los modelos físicos. Asimismo, promovió procesos de autorregulación, reflexión y monitoreo del aprendizaje, lo que fortaleció la comprensión conceptual en cinemática.
- La comparación entre los resultados del pretest y el posttest evidenció un impacto positivo del modelo en las habilidades metacognitivas y de modelación matemática. Los grupos con mayor acompañamiento docente mostraron mejoras más consistentes, lo que reafirma la importancia del rol del maestro como mediador en procesos de enseñanza-aprendizaje con enfoque metacognitivo.

En conjunto, los hallazgos destacan la efectividad de integrar tecnologías digitales y estrategias metacognitivas para fortalecer la enseñanza de la física en contextos rurales, y sugieren la necesidad de continuar formando docentes en estas dimensiones para consolidar prácticas pedagógicas reflexivas y transformadoras.

## REFERENCIAS

- [1]. Alhrahshah, R., & Almajali, S. (2023). An Experimental Study on Measuring the Impact of Using Virtual Laboratories in Developing Some Metacognition Skills (Planning, Monitoring, and Control) in the Subject of Physics. *International Journal of Educational Research Review*, 8. <https://doi.org/10.24331/ijere.1336619>
- [2]. Aravena-Díaz, M. D., Solar Bezmalinovic, H., Cárcamo Mansilla, N., & Cifuentes, M. B. (2025). Metacognición en tareas de modelado matemático con estudiantes de Educación Primaria en Chile. *Revista Colombiana de Educación*, 94 SE-Dossier: Metacognición parte II, e19797. <https://doi.org/10.17227/rce.num94-19797>
- [3]. Avila García, G., & Suárez Téllez, L. (2019). La modelación con tecnología en la enseñanza de la Física en el nivel medio superior. In *Repensar las didácticas específicas. Una aportación multidisciplinaria a la enseñanza especializada* (pp. 57--76). <https://rediech.org/wp-content/uploads/2022/11/Repensar03-Avila-Suarez-web.pdf>
- [4]. Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58. [https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MATH601/3rd %26 4rth unit/3rd unit\\_Modelling cycle.pdf](https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MATH601/3rd%204th%20unit/3rd%20unit_Modelling%20cycle.pdf)
- [5]. Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects — State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37–68. <https://doi.org/10.1007/BF00302716>
- [6]. Brown, A. (1987). Metacognición, control ejecutivo, autorregulación y otros mecanismos más misteriosos. In R. Weinert & H. Kluwe (Eds.), *Metacognición, motivación y comprensión* (pp. 65–116). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- [7]. Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231–235). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- [8]. Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906–911. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
- [9]. Halloun, I., & Hestenes, D. (1985). The Initial Knowledge State of College Physics Students. *American Journal of Physics*, 53, 1043–1055. <https://doi.org/10.1119/1.14030>
- [10]. Hestenes, D. (1987). Toward a modeling theory of physics instruction. *American Journal of Physics*, 55, 440–454. <https://doi.org/10.1119/1.15129>
- [11]. Hung, J.-F., & Tsai, C.-Y. (2020). The Effects of a virtual laboratory and meta-cognitive scaffolding on students. Data modeling competences. *Journal of Baltic Science Education*, 19, Continuous. <https://doi.org/https://doi.org/10.33225/jbse/20.19.923>
- [12]. Kaiser, G., & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *ZDM*, 38(2), 196–208. <https://doi.org/10.1007/BF02655889>
- [13]. Pintrich, P. R. (2002). The Role of Metacognitive Knowledge in Learning, Teaching, and Assessing. *Theory Into Practice*, 41(4), 219–225. [https://doi.org/10.1207/s15430421tip4104\\_3](https://doi.org/10.1207/s15430421tip4104_3)
- [14]. Pons, R. M., González-Herrero, M. E., & Serrano, J. M. (2008). APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICAS: UN ESTUDIO INTRACONTENIDO. *Anales de Psicología / Annals of Psychology*, 24(2 SE-Tema Monográfico: Psicología de las matemáticas), 253–261. <https://revistas.um.es/analesps/article/view/42761>
- [15]. Romo Sabugal, C., Tobón, S., & Juárez-Hernández, L. G. (2020). Diseño y validación de un instrumento para evaluar la práctica docente centrada en la metacognición en el aula. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 11(2 SE-Temas de investigación), 55–76. <https://doi.org/10.18861/cied.2020.11.2.2981>
- [16]. Trindade, J., Fiolhais, C., & Almeida, L. (2002). Science learning in virtual environments: A descriptive study. *British Journal of Educational Technology*, 33, 471–488. <https://doi.org/10.1111/1467-8535.00283>
- [17]. University of Colorado Boulder. (2025). *PhET Interactive Simulations*. PhET.
- [18]. Vorhölter, K. (2025). Metacognitive behaviour when working on modelling problems in small groups. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-025-01661-8>
- [19]. Wade-James, K., Demir, K., & Qureshi, A. (2018). Estrategias de modelado mejoradas con herramientas metacognitivas en física de secundaria para apoyar las trayectorias conceptuales de los estudiantes y su comprensión de la electricidad. *Science Education*, 102. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/sce.21444>
- [20]. Wieman, C., Adams, W., & Perkins, K. (2008). Physics. PhET: Simulations that enhance learning. *Science (New York, N.Y.)*, 322, 682–683. <https://doi.org/10.1126/science.1161948>
- [21]. Zhang, J., Zhou, Y., Jing, B., Pi, Z., & Ma, H. (2024). Metacognition and Mathematical Modeling Skills: The Mediating Roles of Computational Thinking in High School Students. In *Journal of Intelligence* (Vol. 12, Issue 6). <https://doi.org/10.3390/jintelligence12060055>